

## Sintesi Tesi Magistrale

I recenti risultati presentati nel preprint arXiv no. 2202.05658 hanno portato a significativi sviluppi nel raggiungimento di approssimazioni stabili delle soluzioni dell'equazione di Helmholtz mediante superposizione di onde piane. Lo studio dimostra che l'instabilità numerica e il malcondizionamento intrinseci ai metodi Trefftz basati su onde piane possono essere efficacemente superati con tecniche di regolarizzazione, a condizione che esistano approssimazioni accurate nella forma di espansioni con coefficienti limitati. Quando la soluzione target contiene alte frequenze di Fourier, le onde piane propagative non sono in grado di fornire approssimazioni stabili a causa della crescita esponenziale dei coefficienti nell'espansione. Al contrario, le onde piane evanescenti, il cui contenuto modale copre regimi di Fourier elevati, sono in grado di fornire risultati accurati e stabili. L'approccio numerico sviluppato, che prevede la costruzione di insiemi di approssimazione di onde piane evanescenti campionando il dominio parametrico secondo una funzione di densità di probabilità, porta a miglioramenti sostanziali rispetto ai tradizionali schemi che fanno uso di onde piane propagative.

Il lavoro seguente estende questa ricerca al caso tridimensionale, confermando i risultati ottenuti e introducendone di nuovi. Generalizzando l'identità di Jacobi–Anger 3D a direzioni complesse, viene dimostrato che ogni soluzione dell'equazione di Helmholtz in una sfera può essere rappresentata come superposizione continua di onde piane evanescenti. Questa rappresentazione estende la classica rappresentazione di Herglotz e fornisce un risultato di stabilità rilevante che non può essere ottenuto utilizzando esclusivamente onde propagative. Le ricette numeriche proposte sono state adattate all'ambiente tridimensionale e sono state estese con nuove strategie di campionamento che coinvolgono sistemi estremali di punti. Questi metodi sono stati testati tramite esperimenti numerici, mostrando l'accuratezza desiderata e la stabilità data dai coefficienti limitati, in linea con il caso bidimensionale.